DINAMICA RĂSPÂNDIRII EPIDEMIEI VIRUSULUI OMICRON ÎN REPUBLICA MOLDOVA

Elvira NAVAL,
Doctor în Informatică,
Cercetător Ştiinţific Coordonator,
Institutul de Matematică şi Informatică "Vladimir Andrunachievici", Moldova
https://orcid.org/0000-0002-3814-8989, elvira.naval@math.md
DOI: https://doi.org/10.36004/nier.cecg.IV.2022.16.14

Summary

New strain of the Coronavirus infection Omicron is more contagious than precedent one Delta. In the Republic of Moldova at this moment the number of infected achieves more than five thousand cases. Such situation affects health care system creating crises in hospitalisation. While the number of lethal cases are less than earlier, life of the human is threatened. To surpass such situation it is necessary to extend the number of disponible spaces to quarantine a portion of susceptible, exposed, and infected population, intending to reduce the spread of the coronavirus. The dynamic modelling of Omicron spread dynamic will be shown. The dynamic system of Omicron spread without optimal control will be formulated, aimed to minimize the number of infected population.

Keywords: *Pontryagin Minimum Principle, optimal solution, dynamic system, parameters calculation.*

JEL: *C61, C68.*

UDC: *519.8*

Modelul dinamic de răspândire a virusului OMICRON

Se va porni de la separarea întregii populaţii în şapte compartimente, cum ar fi populaţia suspectă – S, populaţia infectată dar fără simptome tipice de infecţie – E, populaţia infectată – I, populaţia însănătoşită –R, populaţia suspectă plasată în carantină – $Q_{S'}$, populaţia expusă riscului, plasată în carantină – Q_E, populaţia infectată, plasată în carantină – Q_I. Apoi vom formula problema de control optimal utilizând modelul de răspândire al virusului Omicron (noua mutaţie Covid-19).
Deci modelul matematic dinamic pentru Covid-19 care nu conţine componenta de control va lua forma :

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= -\beta_1(I+\beta_2 E)S \\
\dot{E} &= \beta_1(I+\beta_2 E)S - \upsilon_1 E \\
\dot{I} &= \upsilon_1 E - \gamma_1 I - \delta_1 I \\
\dot{R} &= \gamma_1 II
\end{aligned} \tag{1}$$

Dat fiind $\dot{S}, \dot{E}, \dot{I}, \dot{R}$ egale cu ratele de modificare a populaţiei suspecte, expusă infectării, infectată, şi vindecată respectiv

Variabile necunoscute ale modelului
P - Populaţia protejată
S - Populaţia suspectă
E - Populaţia expusă riscului de îmbolnăvire
I - Infectaţi responsabili pentru răspândire
I_d - Infectaţi depistaţi
R - Total recuperaţi
D - Total decedaţi

Se presupune că la prima apariţie a virusul în ţară, numărul iniţial de suspectaţi a fi infectaţi se egalează cu toată populaţia ţării. Cum numai oamenii sunt informaţi de prezenţa virusului, ei tind să se protejeze de sine stătător şi, în consecinţă, devin parte a compartimentului S din P, rata acestei tranziţii se va considera proporţională numărului celor real infectaţi depistaţi şi , aşa numitului, factor de protecţie. Acest flux apare ca un efort al celor care urmează măsurile sanitare de distanţă socială, impuse sau de guvern, sau personal de fiecare individ în funcţie de percepere a riscului de infectare.

În linii mari, se presupune că starea de conştientizare a populaţiei va influenţa dinamica îmbolnăvirii în urma infectării. La fel poate fi un flux involuntar de la S către P a unei părţi a populaţiei care fizic sau geografic este izolată de virus.

Multiple explozii pot fi explicate considerând fluxul din P către S cu rata k_{PS}, specifică pentru fiecare explozie. Aceste fluxuri sunt consecinţe ale relaxării guvernamentale şi/sau individuale ale unor sau tuturor măsurilor de distanţiere sanitară şi socială.

Din compartimentul celor suspectaţi, indivizii evoluează apoi, contactând persoanele infectate, din compartimentul I spre cei expuşi pericolului E, infectaţi însă ne contagioşi. Această tranziţie se produce la rata k, produsul al contactelor zilnice cu probabilitatea contactelor generatoare de infecţie. Persoanele expuse pericolului infectării evoluează spre I într-un timp τ_l, legat de perioada de incubaţie a virusului. Din I o parte d este depistată şi transmisă către I_d cu un timp τ_{ld}, în timp ce restul persoanelor sunt vindecaţi şi merg spre R cu un timp de recuperare τ_R . Diferenţa dintre cei infectaţi identificaţi şi cei ne identificaţi este crucială în descrierea dinamicii virusului Omicron deoarece persoanele ne identificate contribuie pe larg la răspândirea bolii.

În modelul se presupune, că persoanele identificate nu mai răspândesc boala. În prezentul model se admite că persoanele depistate pe larg contribuie la răspândirea bolii. Din compartimentul I_d , o parte l a decedat şi devine o componentă a compartimentului D, în timp ce fracţia $1-l$ este rata celor recuperaţi într-un timp caracteristic τ_R . În final, vaccinarea şi pierderea imunităţii pot fi calculate cunoscând numărul celor vaccinaţi V, la care se aplică rate de re infectare k_{RP}, în tranziţia de la R spre P .

În model se elimină calea prin care o parte din persoanele infectate nu infectează populaţia suspectată. Prin urmare, se admite că decesele vin exclusiv din compartimentul celor infectaţi depistaţi, I_d. Modificarea în cauză nici într-un caz nu ignoră importanţa acţiunilor umane asupra dinamicii Omicron, prin testarea (reflectată în parametrii d şi I_d), perceperea riscului (reflectată în α) şi măsurile de distanţiere sanitare/sociale, la fel ca şi protecţia totală, (reflectată în P). Adiţional în model se include procesul de vaccinare.

La calcularea parametrilor şi datelor iniţiale ale modelului au fost folosite datele statistice referitor la dinamica răspândirii virusului Omicron in Republica Moldova pe perioada *11 ianuarie–21 ianuarie 2022.*

Tabelul 1. Parametrii modelului calculaţi în baza şirurilor temporale disponibile

Parametri	Denumirea parametrilor	Valoarea
k_{RP}	rata de re infectare în tranziţia din R către P	0.89
k_{PS}	rata tranziţiei din P către S	0.159
k	rata tranziţiei din I în E infectaţilor ne contagioşi	0.164
τ_I	perioada de incubaţie a virusului	3,5 zile
τ_R	timpul de recuperare	28.6
τ_{Id}	timpul de depistare	2.5
τ_D	timpul de deces	20
k_h	procentajul celor activ infectaţi spitalizaţi	0.067
k_{ICU}	procentajul celor infectaţi în ICU	0.022
τ_{R_h}	timpul de externare din spital	7- 10 zile
$\tau_{R_{ICU}}$	timpul de externare din ICU	>10 zile
v	vaccinaţi zilnic	107

k_{RP} - rata de re infectare în tranziţia din R către P

k_{PS} - rata tranziţiei din P către S

k - rata tranziţiei din I spre E, celor infectaţi ne contagioşi

τ_I - perioada de incubaţie a virusului

τ_R - timp de recuperare

τ_{Id} - timp de depistare

τ_D - timp de deces

k_h - procentajul al cazurilor activ infectaţi spitalizaţi

k_{ICU} - procentajul al cazurilor activ infectaţi în ICU

τ_{R_h} - timpul de externare

$\tau_{R_{ICU}}$ - timpul părăsirii ICU

ν - vaccinaţi zilnic

Descrierea matematică a celor şapte compartimente incluse în model, în conformitate cu principiul de Maximum aplicat, se reduce la următorul set de ecuaţii diferenţiale.

$$\frac{dP}{dt} = k_{RP}R - k_{PS}P - \nu$$

$$\frac{dS}{dt} = k_{PS}P - k\frac{1}{N}S$$

$$\frac{dE}{dt} = E/\tau_l + \frac{k}{N}S$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{\tau_l}E - \left[\frac{(1-d)}{\tau_R} + \frac{d}{\tau_{ld}}\right]I \qquad (3)$$

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{d}{\tau_{ld}}I - \left[\frac{(1-l)}{\tau_R} + \frac{l}{\tau_D}\right]I_d \qquad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\tau_{ld}}\left[(1-l)I_d + (1-d)I\right] + \nu - k_{RP}R \qquad (5)$$

$$\frac{dD}{dt} = k\frac{d}{\tau_D}I_d \qquad (6)$$

$$N = S + E + I + I_d + R + D$$

În vederea completării informaţiei în cazurile cumulative de infectaţi, N_{Td}, numai fluxul îndreptat spre I_d va fi considerat, ceea ce rezultă în

$$\frac{dN_{Td}}{dt} = \frac{d}{\tau_{ld}}I \qquad (7)$$

Cazurile zilnice depistate se obţin prin derivarea cazurilor totale depistate

$$\frac{dN_{ld}}{dt} = \frac{d}{\tau_{ld}\tau_l}E - \left[\frac{(1-d)}{\tau_R} + \frac{d}{\tau_{ld}}\right]N_{ld} \qquad (8)$$

Prin analogie, cazurile zilnice ale deceselor se obţin prin derivarea cazurilor totale de decese confirmate

$$\frac{dN_{ID}}{dt} = \frac{ld}{\tau_{ld}\tau_l}I - \left[\frac{(1-l)}{\tau_R} + \frac{l}{\tau_D}\right]N_{ID} \qquad (9)$$

Obiectivul de bază al autorităţilor din sănătate constă în evitarea colapsului serviciilor spitaliceşti în perspectiva creşterii dramatice a pacienţilor cu Omicron. Un interes deosebit prezintă evoluţia în timp a numărului cazurilor de spitalizare şi numărului pacienţilor în terapie intensivă ICU, fiind fracţii din populaţia infectată depistată. Ecuaţiile diferenţiale care caracterizează fluxul zilnic al acestor indicatori, pot fi înscrise după cum urmează:

$$\frac{dI_h}{dt} = k_h I_d - \frac{1}{\tau_{Rh}} I_h \qquad (10)$$

$$\frac{dI_{ICU}}{dt} = k_{ICU} I_d - \frac{1}{\tau_{R_{ICU}}} I_{ICU} \qquad (11)$$

k_h şi k_{ICU} sunt parametrii care includ procentajul cazurilor activ infectate, direcţionate spre spitalizare sau ICU . Iar τ_{Rh} şi $\tau_{R_{ICU}}$ - este timpul la care pacienţii părăsesc stările de spitalizare sau ICU respectiv.

Tabelul 2. Parametrii care nu pot fi estimaţi independent prin completarea setului de date ce corespund celor infectaţi, decedaţi, spitalizaţi. Populaţia totală a Republicii Moldova S_0, I_0 numărul iniţial al celor infectaţi responsabili pentru răspândire

Parametru	Valoarea
t_0	27/03/2022
S_0	2 597100
I_0	1139
τ_l	3,5 zile
d	0,25
τ_{ld}	6,25 zile
1	0,02
τ_R	14 zile

Rata modificării numărului total de infectaţi (depistaţi şi celor ne depistaţi) se calculează prin $\frac{dN_T}{dt} = \frac{1}{\tau_l} E$. (12)

În vederea soluţionării modelului prezentat se va examina varianta discretă a modelului. În acest context sistemul de ecuaţii (1-13) se va înscrie în felul ce urmează:

$$P(t_1) = [P(t_0) + k_{RP} R(t_1) - \nu(t_1)]/(1 + k_{PS}) \qquad (13)$$

$$S(t_1) = [S(t_0) + k_{PS} P(t_1)]/(1 + k\frac{1}{N}) \qquad (14)$$

$$E(t_1) = [E(t_0) + \frac{k1}{N} S(t_1)]/(1 + \frac{1}{\tau_l}) \qquad (15)$$

$$I(t_1)=[I(t_0)+\frac{1}{\tau_l}E(t_1)]/[1+\left[\frac{(1-d)}{\tau_R}+\frac{d}{\tau_{Id}}\right]] \tag{16}$$

$$I_d(t_1)=[I_d(t_0)+\frac{d}{\tau_{ld}}I(t_1)]/[1+\left[\frac{(1-l)}{\tau_R}+\frac{l}{\tau_D}\right]] \tag{17}$$

$$R(t_1)=[R(t_0)+\frac{1}{\tau_{ld}}\left[(1-l)I_d(t_1)+(1-d)I(t_1)\right]+\nu(t_1)]/[1+k_{RP}R(t_1)] \tag{18}$$

$$D(t_1)=D(t_0)+k\frac{d}{\tau_D}I_d(t_1)\ . \tag{19}$$

$$N_{Td}(t_1)=N_{Td}(t_0)+\frac{d}{\tau_{ld}}I(t_1) \tag{20}$$

$$N_{ld}(t_1)=[N_{Id}(t_0)+\frac{dl}{\tau_{ld}\tau_l}E(t_1)]/[1+\left[\frac{(1-d)}{\tau_R}+\frac{d}{\tau_{ld}}\right]] \tag{21}$$

$$\frac{dN_{ID}}{dt}=[N_{ID}(t_0)+\frac{ld}{\tau_{ld}\tau_l}I(t_1)]/[1+\left[\frac{(1-d)}{\tau_R}+\frac{d}{\tau_{ld}}\right]] \tag{22}$$

$$I_h(t_1)=[I_h(t_0)+kk_hI_d(t_1)]/[1+\frac{1}{\tau_{Rh}}] \tag{23}$$

$$I_{ICU}(t_1)=[I_{ICU}(t_0)+kk_{ICU}I_d(t_1)]/[1+\frac{1}{\tau_{R_{ICU}}}] \tag{24}$$

$$N_T(t_1)=N_T(t_0)+\frac{1}{\tau_l}E(t_1) \tag{25}$$

Rezolvarea sistemului de ecuaţii diferenţiale ordinare obţinute, necesită determinarea datelor iniţiale pentru toate variabilele necunoscute incluse în sistem, calcularea valorilor parametrilor ca, pe final, sistemul să fie soluţionat aplicând procedura SOLVER din Excel. Urmează tabelul cu date iniţiale.

Tabelul 3. Date iniţiale

P0	805101	Populaţia protejată
S0	2597100	Populaţia suspectată
E0	1791999	Populaţia supusă riscului de îmbolnăvire
I0	586966	Populaţia infectată
Id0	71003	Populaţia infectată depistată
R0	504142	Populaţia recuperată
D0	11821	Total decesuri
NTd0	1147	Numărului infectaţi (depistaţi şi ne depistaţi)
Nld0	633	Cazurile zilnice depistate
Ih0	42	Numărul pacienţilor spitalizaţi
IICU0	6	Numărul pacienţilor la terapia intensivă
NT0	3	Cazurile zilnice ale deceselor
N	5563031	

N0=S0+E0+I0+Id0+R0+D0

REFERINŢE BIBLIOGRAFICE

BALATIF, O.; RACHIK, M. A. Discrete Mathematical Modeling and Optimal Control of the Electoral Behavior with regard to a Political Party. *Hindawi Discrete Dynamics in Nature and Society. Vol.2018, ID 9649014, 14 pages.* *https://doi.org/10.1155/2018/9649014*

BEIRA, M. J.; SEBASTIÃO P, J. A differential equations model fitting analysis of COVID-19 epidemiological data to explain multi wave dynamics. *www.nature.com/scientificreports*. https://doi.org/10.1038/s41598-021-95494-6.

BEIRA, M. J.; KUMAR, A.; PERFEITO, L.; GONÇALVES-SÁ, J.; SEBASTIÃO P, J. A datadriven epidemiological model to explain the Covid-19 pandemic in multiple countries and help in choosing mitigation strategies. (which was not certified by peer review) is the author/funder, who has granted medRxiv a license to display the preprint in perpetuity. The copyright holder for this preprint version posted August 17, 2020. https://doi.org/10.1101/2020.08.15.20175588

MAHARDIKA, D.; TJAHJANA, R. H.; SUNARSIH. Optimal control modeling of covid-1 outbreak. *Journal of fundamental mathematics and applications, vol. 3 no. 2 (Nov 2020).* p-ISSN: 2621-6019, e-ISSN: 2621-6035.

SHEREEN, M. A.; KHAN, S.; KAZMI, A.; BASHIR, N.; SIDDIQUE, R. Covid-19 infection: Origin, transmission, and characteristics of human corona viruses. *Journal of Advanced Research, vol. 24, pp. 91–98, 2020.* https://doi.org/10.1016/j.jare.2020.03.005.